

算
海
說
詳

樂海說詳第三卷

白下隱吏古齊陽丘瞻足軒強恕居士李長茂拙翁自注

勾股章

此章以勾股求弦之斜勾弦求股之長股弦求勾之測三數五根推此
彼應凡望高測深索廣驗遠較圓度方皆本乎此乃諸法之準要實
萬算之綱維

勾股弦名義

○橫謂之勾直謂之股斜謂之弦今本區區尺

相求其名有

十共列于後

一曰勾股較○謂勾股如後勾三十股六十弦六十

八曰勾股較

○相成也如後勾三十股六十弦六十勾股相較較

一曰勾弦較○謂勾弦也如勾二步三十步弦六步六十步相較減餘六步三十步曰勾弦較

一曰股弦較○謂股弦也如股六步六十步弦六步六十步相較減餘八步六十步曰股弦較

一曰勾股和○謂勾股也如勾二步三十步股六步六十步和同為一得二步九十步曰勾股和

一曰勾弦和○謂勾弦也如勾二步三十步弦六步六十步和同為一得一步一百步曰勾弦和

一曰股弦和○謂股弦也如股六步六十步弦六步六十步和同為一得一步一百步曰股弦和

和

一曰弦較和○謂弦較也如勾二步三十步弦六步六十步相較減餘六步三十步併弦八步六十步共六步九十步

一曰弦較和

一曰弦和較○謂弦和也如勾二步三十步弦六步六十步相和共二步九十步以弦六十相減餘二

步曰弦和較

一曰弦和和○謂弦與勾股和相併也如勾三十股六十弦六十

為弦和和

一曰弦較較○謂弦與勾股較相減也如勾三十股六十相減餘八十以減弦十六

步餘四十曰弦較較

勾股較和相求通義

一用勾股較為法得勾股和○如弦八十自乘得四千六百加倍得九千二百

二百四藏勾股較八十自乘得六千四百平方開之得勾股和九十二步

和九十二步

一用勾股和為法得勾股較○如前倍弦實九千二百藏勾股和自乘

八千四百餘七百八平方開之得勾股較二十八步

一用勾弦較得勾弦和○如勾弦較六步除肢自乘三千六百步即得勾弦一百步

一用勾弦和得勾弦較○如勾弦一百步除肢自乘六千步即得勾弦較三十六步

一用股弦較得股弦和○如股弦較八步除勾自乘一千零二十四步即得股弦和一百二十八步

一用股弦和得股弦較○如股弦和一百二十八步除勾自乘一千零二十四步即得股弦較八步

一弦較和弦較較相通○如勾肢和九十步自乘得八千一百或弦自乘四千六百除之得六步為弦較和○若

用弦較和九步除前實即得弦較較

一、和弦和較相通○如勾股之差八步自乘得七百八十四步以減弦自

乘二千六百餘四十步以弦和一百六除之得四步為弦和較

○若用弦和較四步除前實即得十六為弦和和

再若勾二步加股弦較八即弦較較○勾二步減股弦較八即弦和較

○勾加弦較和九步共一百二即股弦和○股十六加勾弦較六步共

九十即弦較和○股減勾弦較六步餘四步即弦和較○股加弦較

較四步共一百即勾弦和○勾股較加股弦較共六步即勾弦較○

股弦和一百二減勾股較八步餘一百一即勾弦和○勾股和二步加股

弦較共一百一即勾弦和○股弦和一百二減勾股和九步餘一百一即

勾法較○勾股較八十步加勾股和九十共一百折半即股○勾股和
九十減勾股較八十步餘四十步折半即勾○股弦較八十步加股弦和一百
八十步共一百折半即弦○股弦和一百二十步減股弦較八十步之即股○
 勾弦和一百一十步減勾弦較六十步半之即勾○勾弦較六十步加勾弦和一百
 半之即弦弦和一百一十步減弦和較二十步餘九十步弦較較四十步加弦較
九十步亦一百一十步皆半之即弦○弦和較四十步加弦和一百一十
八十步半之為勾股和○弦較和九十步減弦較較四十步半之為勾
 股較反覆相通此數之可以法求也

勾股求弦求股求勾歌○勾股求弦各自乘○相併開方法弦見成○勾法
 求股自乘取○以少減多開方主○股弦求勾法相同○勾法

分明

勾股

求法

勾股

圖

除之得弦四十五尺

成三十六步

今有勾股勾二十七尺股三十五尺問斜弦若干
(圖)置勾二十七尺自乘得七百二十九尺
另以股三十五尺自乘得一千二百二十五尺
併二數共二千零二十五尺
以開平方方法

解義 法自乘數內有一個勾自乘數一箇股自乘數故合二數開方

自乘一十六步二共二十五步弦五步自乘亦二十五步弦自乘數

魚勾自乘股自乘數前圖勾三九二七尺股四九三六尺弦五

九四十五尺時片勾三股四弦五也然勾股有長短不一隨長隨短

皆弦數魚勾自乘股自乘數後復用股六十勾三十二一乘發明
 法求法難題西江月
 中有一枯柱丈六全注根稍尖頭一馬繫難
 此盡田中禾稻四
 五厘田地圓
 吃一周遭索長幾許美價招不

笑不知多少 **置田** 以故法通之得一百零四因三歸得

一百四步為實以開平方法除之得二十步為圓田全徑折半得十步乃枯柱

繫馬之處以每步尺乘之得三十尺為股自乘得九百另以柱六尺為勾

自乘得三十六尺併二數得三十六尺為實以開平方法除之得**索長三**

十四尺

又勾股求弦難題歌 ○二丈木長三尺圓葛生其下繞纏之餘纏繞之

週遍葛稍却與木稍齊試問先生能笑者葛長多少請君題長二丈圓

三尺葛由下料纏七 **置木圓** 尺三與週七相乘得二十一為股自乘

得一百四十四以木長尺二十為勾自乘得四百併二數得一百四十四為實用開

平方法除之得**葛長二十九尺**

解義

木圓周三八圓七連皆以三尺乘之得二十一尺乃直徑也

連七連伸直下根即連木二十一尺如直圓七連之數除之不差毫黍此皆數理天成之妙也

勾弦求股法○今有勾股勾長二十七尺弦長四十五尺問股長若干

置法

置法五尺自乘得二十五尺二另置勾二十七尺自乘得七百二十九尺以減弦

自乘餘

九十六尺以開平方方法除之得股三十六尺

解義

弦自乘數並勾自乘股自乘數減去勾自乘數止存股自乘數故開方得股

又勾弦求股難題西江月○今有坡田一段西高東下曾量十步五寸是

斜長南北均長六丈欲要脩為平壤東增一丈新墻不知幾許請推詳

須要算分停當

置法置斜長步以每步尺乘之併加零五得零五寸

自乘得

二千五百五十分另以新墻十如勾自乘得一百相減餘二千四百

尺宋二為實以開平方方法除之得平壤東西如股長四十九尺五寸以步法尺

除之得田九步九分以乘南北均長六即十二得平田一百一十八步

(八分)以畝法二除之得田四分九厘五毫

解義東增新稿一丈乃畝法曰高一丈今東脩一丈適其西平故以高高一丈為勾

股弦求勾法○今有勾股股長三十六尺弦長四十五尺問勾闊若

舊法置股長三十六尺自乘得一千二百九十六尺另置弦四十五尺自乘得二千零二十五尺

數相減餘八百三十九尺以開平方方法除之得勾闊二十七尺

解義法自乘數為勾自乘股自乘數為股自乘止存勾自乘數故開方得勾

又股弦求勾難題西江月○三月清明氣象豪童開旋風箏托量九十五

尺絕被風括起空中望得上下相應七十六尺無零縱橫甚法問先生

之多少為平

置繩斜長

九

如弦自乘得

十

又絕頭

量至上下相應

七

如股自乘得

五

以減弦積餘

四

為

是以開平方法除之得高五十七尺

又股弦求勾難題歌○池河八分下釣鈎魚吞中底是根由勾絕五十岸

齊並使盡機關無法籌緹橫源流雖辨認水深幾尺數難求

置

圓池

分八

以畝法

通之得

一

四

同三

歸得

二

以開平方法除

之得池徑

六

折半得步

以每步

乘之得池半面

如股

自乘得

一

千

六

鈎絕

九

如弦自乘得

二

千

五

相減餘

九

為實以開平方法

除之得永

三十尺

鮮義

難題諸法

不過即求弦求股求勾正

法但皆借事設喻故係列以助思悟

三

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

六

較求勾股弦歌○勾股較求勾股宜○弦自乘之倍為實○較亦自乘
 對減○勾股共數開方齊○減較折半是為勾○加較折半股無疑○
 勾弦股弦較另言○或勾或股自乘先○不用對減開方法○以較除
 之共數全○減較折半為勾股○加較折半即為弦

較求

勾股

弦圖

言弦六十八尺股多勾二十八尺問勾股長闊各
 若干
 ⑤置弦六十八尺自乘得四千六百
 ⑥置股多勾二十八尺自乘得七百八十四
 ⑦以少減多餘六千八百
 ⑧以餘六千八百開平方得八十
 ⑨以八十加較八十得一百六十
 ⑩以一百六十折半得八十
 ⑪以八十加較八十得一百六十
 ⑫以一百六十折半得八十
 ⑬以八十加較八十得一百六十
 ⑭以一百六十折半得八十
 ⑮以八十加較八十得一百六十
 ⑯以一百六十折半得八十
 ⑰以八十加較八十得一百六十
 ⑱以一百六十折半得八十
 ⑲以八十加較八十得一百六十
 ⑳以一百六十折半得八十
 ㉑以八十加較八十得一百六十
 ㉒以一百六十折半得八十
 ㉓以八十加較八十得一百六十
 ㉔以一百六十折半得八十
 ㉕以八十加較八十得一百六十
 ㉖以一百六十折半得八十
 ㉗以八十加較八十得一百六十
 ㉘以一百六十折半得八十
 ㉙以八十加較八十得一百六十
 ㉚以一百六十折半得八十
 ㉛以八十加較八十得一百六十
 ㉜以一百六十折半得八十
 ㉝以八十加較八十得一百六十
 ㉞以一百六十折半得八十
 ㉟以八十加較八十得一百六十
 ㊱以一百六十折半得八十
 ㊲以八十加較八十得一百六十
 ㊳以一百六十折半得八十
 ㊴以八十加較八十得一百六十
 ㊵以一百六十折半得八十
 ㊶以八十加較八十得一百六十
 ㊷以一百六十折半得八十
 ㊸以八十加較八十得一百六十
 ㊹以一百六十折半得八十
 ㊺以八十加較八十得一百六十
 ㊻以一百六十折半得八十
 ㊼以八十加較八十得一百六十
 ㊽以一百六十折半得八十
 ㊾以八十加較八十得一百六十
 ㊿以一百六十折半得八十

差八尺得股長六十尺

又法置弦

八尺自乘得六十四
 另以股多

天

解義 較典和循環相通以較除得和以和除得較前法調方得九十
加八較差數即兩個股數故折半得股其開方得勾股共數者何也
二尺計得積一千九百二十尺是三十二個六十尺自乘得一千零二十
四尺是三十二個三十二尺較本積少二十八個三十二尺以股六
十尺自乘得三千六百尺是六十個六十尺較本積多二十八個六
十尺二數合併安補得兩個本積數仍多一個二十八乘二十八差
數弦自乘山包勾自乘股自乘數時是而個本積數一過差數加倍
是兩個差數四個本積數以較自乘成去一個差數止存四個本積
數一個差數四個積數四而五項中填滿一個差數長調皆九十二尺
故開方得九十二為勾股共數也後法將弦自乘成去一差自乘止
存兩個本積數折半速得勾股相乘原積故以差步用帶縱法求之
得勾止○前法即前直田四同積又併入多差積步之法也

勾弦較求勾弦法○前數止言股六十尺弦多勾三十六尺問勾弦各若

于(舊法)置股六十尺自乘得三千六百為實以弦多勾三十六尺為法除之得

一百尺減較差六十尺餘四十尺折半得(勾)二十尺加差三十尺得弦長六十

十八尺(又)置股自乘三千六百另以多勾三十尺自乘得一千二百相

減餘二千三百為實以多勾三十尺為法除之亦得四十尺折半得勾加較

得弦或將差加倍七十尺為法除餘積正得勾二十尺

股弦較求股弦法○前數止言勾三十二尺弦多股八尺問股弦各若干

(舊法)置勾三十二尺自乘得一千零二為實以弦多股八尺為法除之得股

弦共數一百一十八尺加差八尺共一百二十六尺折半得弦六十八尺內減差八尺得股

六十八尺

解義

以勾弦較除股自乘得勾弦和以較減和折半得勾加較折半得弦股弦較同

勾弦較股弦較求勾股弦法○前數不言勾股弦若干止言弦多勾三十

六尺多股八尺問勾股弦各若干

舊法置弦多勾

六尺三十以弦多股八

乘之得

二百八十八尺加倍得五百七十六步

以開平方方法除之得

四尺二十為實加弦多

股八得

勾三十二尺加弦多勾

六尺三十得股長六十尺

全加弦多股八

多勾

六尺三十得弦長六十八尺

新法置弦多勾

六尺三十多股八併之共十四

尺自乘得

一千九百三十六尺

另置

六尺三十自乘得

一千二百九十六尺

又置八尺自乘得六十四尺

二共

六千三百一十九尺以減三千九百六十六尺餘

五百七十六尺以開平方方法除之得

八尺

得勾加六尺三十得股加四尺四十得弦

解義

弦多八多三十六者參差不齊之數也以八與三十六相乘又加倍者多少互割取平之法也乘數加倍即是將八尺以三十

六尺乘之成三十六個八尺又將三十六尺以八尺乘之成八個三
 十六尺又下皆得積二百八十八尺此二十四尺即最勾股弦均平之數
 通平之數故開方得二十四尺此二十四尺即最勾股弦均平之數
 三下皆由此通所以加多股之八尺得勾加多勾之三十八尺得全加
 得弦增法而多數合併自乘又以而多各自乘減之者而多各自乘
 是而多本等不齊之數也八乘三十六三十六乘八而多各自乘
 取平之數也二數合併得四十八尺自乘數內有一個八尺又自乘數
 一個三十六尺自乘數兩個八尺三十六尺相乘數減去兩個八尺又自乘數
 止存兩個相乘連中之數計五百七十六尺其舊法同一理也如以
 股少弦八尺多勾二十八尺或勾少弦三十六尺加弦多股八尺共
 三十六尺又以八尺乘之或以勾少弦三十六尺加弦多股八尺共
 則將三十六尺又以二十八尺對減餘八尺與三十六尺相乘總以弦
 多股多勾之數為準蓋弦沒勾股得弦乃勾股
 聯絡之數入勾股差二十八尺其則難合矣

勾弦較股弦較求勾股弦難題西江月○今有門廳一座不知門廣高低
 表竿橫進使歸室爭奈門狹四尺隨即駐竿過去亦長二尺無幾而隔
 斜去恰方齊請問三色各幾
 (舊法)置門廣如勾以多尺為勾弦較門

高如股以多二為股弦較二數相乘得八倍之得六尺十以開平方除之得八即弦和較加多監之二得門廣六尺加多廣之四得門高八尺

全加多廣多監共六尺得算長即門斜十尺

餘股求股弦歌○餘股之法理宜明○勾自乘之除法行○餘股即為股弦較○加減折半總相同

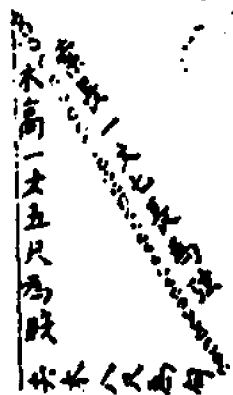


今有牆高一丈有二木齊長斜倚一木于牆木杪與牆頭齊却將木一根平卧於地木根抵牆根脚木杪則過斜木一尺問木長并去牆若干

圖 因置牆高尺為勾自乘得尺一百以過斜木根尺為股弦較除之如故得百折半得斜木如弦長五十尺零五寸減卧木還

斜木一得至牆如股四十九尺五寸

圖 脫弦

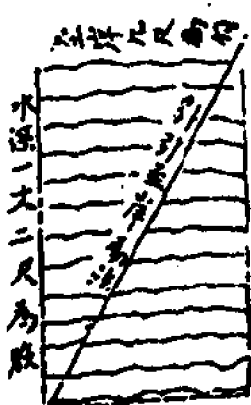


今有木末垂索委地餘二尺引索去木八尺其
索斜柱地遠盡問木高索長各若干

自乘得四以減四尺餘六十為實以較尺二為法除之得三十折半得本

高一丈五尺加委地尺二得索長一丈七尺

餘股 求股 弦圖



今有葭二莖生池中根並抽齊出水三尺引葭
至岸一並斜去五尺葭九尺與水遠平問水深葭
長各若干

以出水尺三為股弦較自乘得九以減一十八餘二十為實以較尺三為法除之得六

為法除之得水深一丈二尺加出水三得葭長一丈五尺

解義

三法一例料木二葭皆餘度木索即弦多股二尺并引于
此以備五泰木索二葭又用對成法者亦指出備泰也

餘股

求股

弦圖



今有廳門外懸簾下垂離地五寸引簾離闊六

尺離地二尺五寸問簾高若干

六為勾自乘得六尺以離地五寸減去原離地

五餘尺為法除之得八尺加股弦較尺共二十折半得簾高一丈

又餘股求股弦難題面江月○平地鞦韆末起板絕離地一尺送行二步

能恰早齊五尺板高離地仕女佳人爭毬終朝語笑歡戲良工高士請言

為備問索長有幾

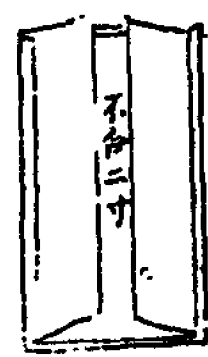
圖知較尺五減原離地一餘尺為法除之得五尺加較尺共得如圖徑九尺

折半得索長一丈四尺五寸

股

股

圖



九寸折半得門一扇廣四尺九寸五分倍之得二扇共廣九尺九寸

解義 以上三法與前亦同例而引申言之使人易悟如舊繩地二尺
除原繩地分數門不合二寸以門二扇分之二法舊與索皆股也故除之一
遇此類當折半作一邊論是兼解二法舊與索皆股也故除之一
十八尺與二十五尺皆股和也前法破股折半得股也
反加較折半者以其糾齊為股外加餘股乃為索定數也

求圓餘股



今有圓木泥在壁中不知徑以錐之深一寸錐
道長一尺問木徑若干

圖法置錐道長一為勾

圖

估數折半得五自乘得五寸為實以深十一為股弦較除之如故得五寸

為股加深十一共得木徑二尺六寸

解義此英國四以弦強間餘徑同法半弦自乘即矢乘餘徑之數故
 二十五寸以矢除半弦積得餘徑加矢得全徑以添一寸為餘股較以除
 二十五寸或得二十五寸此乃股弦共數也圖形勾股連中心起折半
 得二十五寸或得二十五寸此乃股弦共數也圖形勾股連中心起折半
 全徑二尺三寸即半圖之弦全圖係二倍故不折半加餘股一寸即得
 同如五寸自乘得二十五寸亦本以法相同○九自乘開方四而皆
 十五寸若以尺求則四而皆當一尺將五寸自乘止得二分五厘矣
 故知此圖止以寸
 論不可以尺論也

餘勾
 餘股
 求方



今有邑不知大小四面居中開門西門外三十
 步有木一根出南門外七百五十步見木問邑
 方若干

置出西門三十為餘勾出南門

七百五十為餘股相乘得二百二十以開平方法除之得一百五為一隅

方得方面一半倍之得全邑方三百步又方求餘勾股止言方一

百五十步方外餘勾三十步問餘股若干即置方一百五十自乘得萬

二千五以餘勾三十除之得餘股七百五十步求餘勾即以餘股除得

餘勾

解義此即容方法也前客方是以全勾股求此是以餘勾餘股求

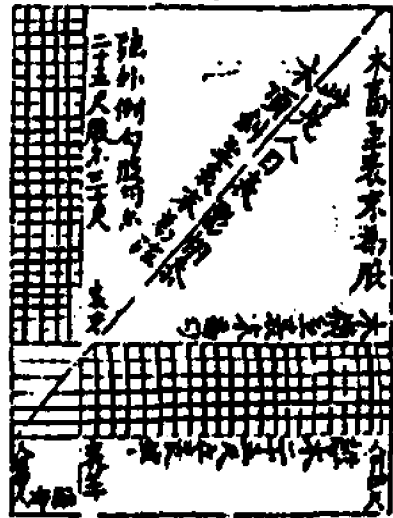
得積與內方相同故開方可得容方之面此數理互根先物不可測驗也

表竿求高深遠驗○高深與遠測表竿○正勾正股表末泰○竿至人目

勾股餘○橫直容積同無疑○求股餘股乘正勾○餘勾除併表竿收

○餘勾乘股餘股除○得勾併加退步宜

表竿 外餘 勾餘 股求 正股 通高 圖



今有木不知高從木根量遠二十五尺立

表竿一大表後退行五尺用窺穴望表末

與木末斜平人窺穴高四尺問木高若干

置表竿去木二十尺為勾以表高十尺

減去人目四餘尺為餘股乘之得十一百五

以退行尺五為餘勾除之得尺三十加表高尺十得木高四十尺

(又)法置表

竿去木五十二尺加退後尺五共三十以表高尺十減人目尺四餘尺六乘之得八十一

又以退後五除之得八目以上木高六尺三十加八目得禾高四十八尺

解義 用表竿測高則深則遠規不外餘勾餘股如前而引葦至岸引
竿過闊等類雖未知弦長股長皆是引股作弦餘得股餘若千
即是弦多股若干故即可以較求此時則并未知弦多股若干故立表
竿測餘勾餘股以得正勾正股入表竿退步得通勾通股其餘股客

橫餘勾容直二積皆同一百五十尺以餘股乘正勾二十五尺得一百五十尺此橫積也以餘勾除之得直長三十尺以餘勾乘正股三十尺亦得一百五十尺此直積也以餘股除之得橫闊二十五尺其二積皆同者何也蓋勾股長短不齊如表竿十尺去人目四尺餘六尺八目在表截闊勾股皆長短不齊如表竿十尺去人目四尺餘六尺八目在表竿退後五尺便驗得每直得六尺闊得五尺一尺如以此通長過闊亦是如此即如一直田闊二十五步是五五二十五長三十步是六五三十每長六步闊得五步將直田橫截六步六個二十步得一百五十步直截五步五個三十步亦得一百五十步勾股之不齊在直六尺橫止五尺以六加橫以五加直則兩邊俱平故得積皆同除餘勾餘股笑與連餘勾餘股笑與同一理

前表 外餘 勾求 股勾 正勾 通高 圓

今有因遠求高離高二丈五尺立表竿三尺六寸退
行二尺又立表竿三尺人目望其高處俱與表合問
高若干 (舊法)置遠五尺加入退行尺共七尺以二
表相減餘六乘之得一十六為實却以退行尺三為法

除之得八尺加入後表竿三得高一丈一尺一寸

鮮義此共三前圖同法其併退行二尺作算者即前又法加退後五尺

三尺即前圖人目處四尺前圖遠二十五尺是正勾退後五尺是餘

勾併之是通勾高三十尺是正股表竿除人目餘六尺是餘股連人

目併之是通股此四尺前表離高二十五尺是正股退行二尺是餘股

併之是通股高八尺一寸是正勾前表減後表三尺餘六寸是餘勾

求股高此求勾高通一理也

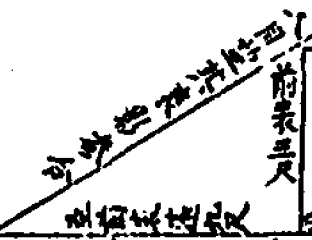
表外今有立竿中遠前立表竿三尺退行一尺八寸又立表

餘勾竿三尺六寸人目望其二表俱對遠處參合問遠若干

餘股圖併置後表竿六寸以退行八尺乘之得六十四為

求股實却以二表相減餘六為法除之得遠一十尺零八寸

遠圖又置前表竿三以退行八尺乘之得五尺為實却



以二表相減餘寸為法除之得前表相去遠尺加退行八寸得通遠一

十尺零八寸

解義此以前表竿為正勾後表竿為通勾二竿相減餘六寸為餘勾

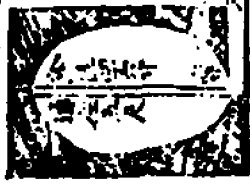
乘之即連小勾股共至不遠與前法一也

餘勾

餘股

求股

深圖



相乘得百二十三以餘勾寸為法除之得井深五丈七尺五寸

今有井不知其深井徑五尺從邊立直木五尺於井上從木末望至井下水邊人目入徑四寸問井深若干

解義此以井徑為勾以井深為股以人目斜望下為法井徑五尺即從後表竿也人目至井口入徑四寸即前竿四十六寸後竿五寸也井徑八寸之即餘勾也以立木五寸求餘徑四寸得

二千三百寸即餘股立木五尺橫容之積也以餘勾四寸容直訣四
 疊共容二千三百寸故以四寸除得五百七十五寸即水深也

二表求高遠歌○測高測遠兩竿奇○兩竿長短一般齊○相去若干前

後立○退望遠近有差池○竿減人目餘勾股○用乘表間得積實○

前望後望相對減○除實加竿高無疑○另將前望乘表間○後望減

餘法除焉○求得前來至高遠○加後表望遠亦全

二表
 今有隔水望木竿不知高立二表各長一丈前後

對直相去一十五尺從前表退行五尺人目窺高

四尺望表末與木杪斜平從後表退行八尺窺望

表末亦與木杪斜平問竿高並至竿遠若干

置而表相去一十尺以表高尺減人目四餘尺為

遠圖



餘勾乘之得尺九十為實另以後表退行尺八減前表退行尺五餘尺三為法除

實得表上木高尺三十加表竿尺十得木竿通高四十尺另置相去五尺十以

前表退行尺五乘之得五尺十仍以前法尺三除之得前表至隔水木表二十

五尺加後表至前五尺并退行尺八得至木竿共遠四十八尺

解義此仍上餘勾容直餘既容橫之理前圖亦立二表竿其後表竿

飛故止一竿可測此立二表竿相同二表各有退行人目望處因并

不知到木遠若干故立二表就表中間尺數求之人目望處四

尺故前後表皆六尺至前表退五尺後表則退八尺是下

十五尺以前表竿多退三尺此三尺是後表加出的前表以前餘勾所

成八五尺是前表已有的三尺是後表加出的前表以前餘勾所

容橫積為前表竿前表至後表十五尺所容橫積為後表竿以前表

退五尺論之前表至木二十五尺高長遠短前表前是正勾退五尺

是餘勾餘股六尺乘五勾二十五尺又得一百五十尺以餘勾五尺

除得表上之高三十尺以後表退八尺論之前表至木又加至步處

十五尺共四十尺高短遠長後表前四十尺是正法退八尺是餘

島國

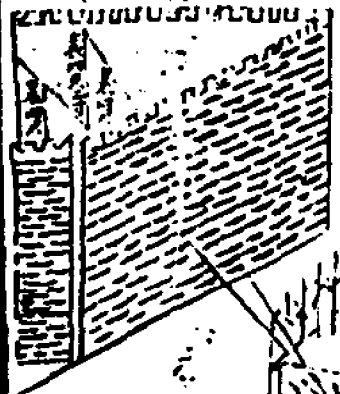


今有海島不知高遠立表竿三丈退行六十丈又立短竿三尺人目望二竿末與島峰頂參合後却退行五百丈又立表竿三丈退行六十二丈又立短竿三尺人目望二竿末俱與島峰頂參合問海島高遠各若干

○置表間相去五百以表竿三減去短竿

置表間相去五百以表竿三藏去短竿

二表餘勾股窺定攻守圖



三餘二尺乘之得一千三百為實另置後表退行六十丈減去前表退行六十餘丈為法除之得十五丈加入表高三丈共十八丈以里法十一百八為法除之得(島高三里一百三十八丈)另置表間五百以前表退行十六丈乘之得三萬為實亦以減餘二為法除之得一萬五以里法十一百八為法除之得(前表至島遠八十三里六十丈)

解義

此與望木同法雖立四竿二短竿即人目處猶二表法也前後表得八分之三少得六十二分之二前六十分後二分

今有城頭禦寇欲求寇營遠近未知城高計城頭壕口高三尺三寸於中口處壕牆一尺內立表竿四尺退行八尺又立望竿四尺二寸人目窺望二竿末正與寇營斜對另退却一十七尺

重立表竿四尺退行八尺一寸立望竿四尺二寸人目窺望二竿末亦
 與冠管斜對問冠遠若干 **(補法)**置表間七尺一寸通之得十一寸以
 望竿餘二即餘勾乘之得十三寸四以後表退行一尺城前表退行八餘
 一為法除之仍十三寸四以尺通之得城下至表竿如通勾三十四尺即
 將四尺為實另將前表退行八以寸通之得十八以乘四尺得七十二尺
 以餘竿二除之得前表至冠管遠六十三尺內除牆尺餘得實遠一千
(三百五十九尺) ○或以表間積水亦將前退八以寸通之得十八以乘十
 七得六十三尺以後表城餘一為法除之仍故得前表至管之遠○**(補)**
(注)再將後表退行一尺以寸通之得八十却以餘竿二乘表間七尺得
 三百一十八寸除之得依後表窺望斜弦至管前表竿餘高四十一分九
 厘有零

原表高

四尺

城梁口高三

三寸

餘北

上城斜弦上

四寸一分

有

城梁口上餘

八分

二寸

本照依後表斜弦安立砲位百發百中可立奏功

詳義

行前

後退

行八尺

共八尺

一寸俱

以寸通

者餘

勾二寸餘

股

或

分餘

八尺

或八尺

一寸

是前表

餘勾二分

餘股八分

後表餘

勾二分

餘股

十七

又便知

後表至前表

應減數

若干

上去

退餘

下去

梁口中

餘即砲位

表竿

底便

後表斜

弦減退

以合砲

位乃有

濟用

拙翁論曰表竿一法於攻守最為有用或寇臨城邑安營近地或寇據堡

寨或寇占山頭我軍另占山頭或寇在水洋短兵難接須借火砲攻擊

但或高或下徒費錢糧無濟實用立定表竿前後窺望照依望穴斜弦

置列砲位遠近高下自可百發百中倘遇山隅款側高低不平將竿先

取下平隨依地勢安立自下平以上作數推筭則施之無虞不宜其表

股弦和文餘九尺折半得折處高二尺五寸五分

勾弦和股弦和求勾股弦法○今有勾股如止言勾弦共一百尺股弦共

一百二十八尺問勾股弦各若干

一百乘之得八萬二千加倍得二萬五千為實以開平方除之得六十

尺為勾股弦共數減勾弦和共一百餘得股長六十尺又將一百六十

以股弦和一百二十減之餘得勾闊三十二尺又將一百六十內減勾三十

六十共九十餘得弦長六十八尺

解義如勾股弦共一百六十尺自乘以勾股弦分之內中是一勾股
自乘一勾股自乘一勾股自乘一勾股自乘一勾股自乘一勾股
股弦相乘共九個數在內以勾弦相乘一百八股弦相乘一百二十
中是一個勾股相乘一個股弦相乘一個勾股相乘一個股弦相乘
四個數共三和乘數俱較上二分之一弦自乘數同然較上少一勾

自乘股自乘即又多一弦自乘數合筭共得一半
故加倍合之開方得勾股弦共數一百六十也

勾股較勾弦和求勾股弦法○今有勾股止言股多勾二十八尺勾弦共

一百尺問勾股弦各若干 增法置勾弦共尺一百加股多勾八尺共百

二十八尺即股弦和却以勾弦和尺一百乘之依上法求勾股弦

勾股較股弦和求勾股弦法○今有勾股止言股多勾二十八尺股弦共

一百二十八尺問勾股弦各若干 增法置股弦共一百二十八尺減股多勾

二十八尺餘一百即勾弦和以乘股弦和一百二十八尺依上法求勾股弦

勾弦較股弦和并積求勾股弦法○今有勾股積一千九百二十尺弦多

勾三十六尺弦股共一百二十八尺問勾股弦各若干 增法置股弦

共一百二減弦多勾三十餘九十二即勾股和自乘得八千四百將積

共一百二

減弦多勾

三十餘

九十二即

勾股和自

乘得

八千四百

一千九百以四因之得七千六百以少減多餘七百八以開平方法除
 二十又得八尺即勾股較以減二尺餘四尺折半得勾三十二尺加股多
 二十得股長六十尺以減脰弦共一百二尺餘得弦長六十八尺
 股弦較勾弦和并積求勾股弦法○今有勾股積一千九百二十尺弦多
 股八尺勾弦共一百尺問勾股弦各若干 圖置勾弦共一百尺減弦

多股八尺餘二尺自乘以四因積相減如上法

解義 勾股共自乘用四因積相減者其自乘內係四個積減一個二
 共減多勾股問即置積為定以二十八帶從開方求之即得二若以
 積共勾股和問亦相減法求之

孫子度影量竿法○今有立木不知高日影在地長五丈隨立一竿長一
 丈日影長一丈二尺五寸問立木高若干 圖置立木影長五丈為實

以竿影長一丈二寸為法除之得木高四丈

算海記詳第四卷

白下隱吏古齊陽立曉足軒強恕居士李長茂松翁商輯再

開方章

此章以平方求方面以平圓求圓徑以帶縱減縱求直長滿以一乘再乘求立方立圓以一乘再乘三乘等求立方立圓之積高開方與勾股法相為表裏乃諸數借為權輿誠算家所宜考究

開方總解○平方即方面自乘之積還源曰開平方者開四面而成方也其法有初商再商三商四商不等以商除積盡為定商約畧之意乃置積數多寡而約畧定方百則下十萬則下百之類是也初商是方法次商以後用蕪法隅法方法者先約畧積數可以四面成方者左定一

數者定一法相呼乘法以除積數除數不盡又用次商應即方外所加
之直謂一方帶兩邊直以助其壯取名曰應一方不盡須從兩面加蓋
故應用倍法次商是方外再加之潤應即初方兩面之長相呼除積兩
邊俱與初商方齊尚缺一角故即用次商相呼成一小方以補兩應之
角所謂隅法也如商除不盡再用三商或終有不盡以法命之此為一
乘方法曰乘者呼乘法而除積也再以方面自乘之積以方面乘之為
二乘方又以方面乘二乘之積為三乘方二乘方即成立方上下六面
俱同一方面如骰子樣是也三乘者立方之上再加高如窖深之類是
也求立方其商除之數須依一乘再乘約畧定數如平方四步至八步
商二步立方八步至二十六步俱商二步等是也三乘四乘以止只其

無窮生數無不在一包
二生一位正逢兩得生如三層兩一生二兩一皆乘二即二自乘
之四四層一三各生四一三各乘四即四自乘七十六五層一四各
自生五十四各乘五即五自乘之二十五三三三三三三三三三三
自乘六三十六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六
合共可思諸數共四指出以移參悟經解似猶未微併有待考

開平方認商數○一百一十定無疑○一千三十有零時○九千九不
離十○一萬總作一百推○方除倍方作蕪法○次商除蕪并隅除○
餘數倍蕪重商起○商除不盡命其餘

開平方初商定首位數

商一步 積一步起至三步止皆商一步

商二步 積四步起至八步止

商三步 積九步起至一十回步止

商四步

積一十六步起至二十四步止

商五步

積二十五步起至三十五步止

商六步

積三十六步起至四十八步止

商七步

積四十九步起至六十三步止

商八步

積六十四步起至八十步止

商九步

積八十一步起至九十九步止

商十步

積一百步起至三百九十九步止

商二十步

積四百步起至八百九十九步止

商三十步

積九百步起至一千五百九十九步止

商四十步

積一千六百步起至二千四百九十九步止

商五十步

積二千五百步起至三千五百九十九步止

商六十步

積三千六百步起至四千八百九十九步止

商七十步

積四千九百步起至六千三百九十九步止

商八十步

積六千四百步起至八千零九十九步止

商九十步

積八千一百步起至九千九百九十九步止

商一百步

積一萬步起至三萬九千九百九十九步止

開方

右法位

美盤

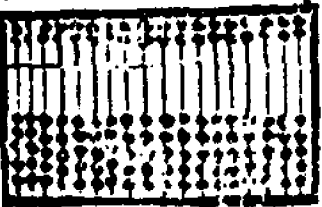
而在

定位

中自左

之圖

左商位



置原積實居左置商位右照依所商別置一位於積實之下名曰下法左商置左第一位得若干下法亦置上商若干於左法之第一位與上商相呼除實名曰方法除實若干乃將法位上加一倍

名為應法又再商吾千置右初商之第二位下法亦置若干於法之第
二位名為隅法併應法共得若干皆與再商相呼除實盡得平方一面
之數如不盡仍前再倍次商作應重商之或數不盡以法命之

一方

隅

長步

公有平方積三千一百三十六步問方面若干

二應

隅

長步

置積三十一百步於中為實約實定初商五十

一隅

隅

方

於左下法亦置五十步於右左右相呼五五除實二十

圖

隅

方

五百餘積六百三十步○就將下法五十步倍作應法一百

步次商步六於左初商步五十之下位亦置步六於右倍應步一百隅位之下共

得一百零六步皆與次商步六相呼一六除實步六又左六對右六相呼六六

除實步三十恰盡得方面五十六步

四

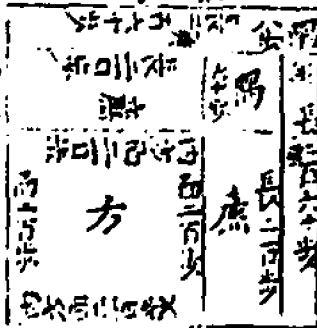
解義 左位約商方面之數也右位加應開求方面之法故除應恰足
置隔位凡商位法位積定位或十或百或
十項記認明白開除無錯誤

一方

四康

兩隔

圖



今有方田積七萬一千八百二十四步開平方一
面若干 (舊法) 置田積於中為實初商二於左

位亦置步二於右為方法以左二對右二相呼二

二除實步四萬餘實三萬一千八百二十四步○就以方法去

倍作步四為應法次商十於左初商二之下亦置十於應法四之下為

隔法共六百皆與次商十相呼先以左六對右四呼四六除積二千步

又左六對右六呼六六除積百步六餘實二千四百步○又將右位次商

十倍加十共二百又為應法再商步八於左初次商二十之下應添置八

於右燕法

二百

之下位皆與上商步相呼先以左

八對右

五相呼五八

除積

四千

又以左

八與右二相呼二八除

一百六

又以左

八與右八相

呼八八除實

四十

恰盡得

方

面

二百六十八步

解幾

此同

一段方

田分作七段

內方二百步

一段積

四萬步

次商六

十

有

六

十

步

法與

此同

一段方

田分作七段

內方二百步

一段積

四萬步

次商六

十

有

六

十

步

除實

三千六百

步是

二層小方

田積

又商八

步內有

六

十

步

長

二

百

六十步

兩段

故再倍

六十併先

兩燕共

為廉法

以又商八

步內有

六

十

步

長

二

二十步

兩段

共除

四千一百

六十步

是外層

二層

積

又商八

步內有

六

十

步

積六

十步

是外層

二層

積

又商八

步內有

六

十

步

長

二

百

三層

萬千

百十步

分厘是

每一等

分一層

每片有

三燕一

圖

歸除

開平

方法

最良

為廉法

○歸除

實佳

得次商

○商法

相呼

除隅積

○并商

仍依

前法

詳

今有

方田

積五

萬四

千七

百五

十六

步開

平方

每面

長若

干

置積

置積

置積

五萬四千七百五十六步於盤中為實見實約商

百二於左亦置百於右為下法左

右相呼二二除實四萬餘實一萬四千七百五十六步即以右法二百倍之得百步

為康法歸除之呼四一二二逢四進一十得次商三十就置三十於

右法百四之下相呼三三除實九百餘實一千八百五十六步又將右法三十倍之

得六十共十四步為法歸除之呼四一二二逢八進二十得三商四十

亦置四於右法六十之下相呼四六除實二百四十又呼四四除實六十

恰盡以上所商得方而二百三十步

解義商呼除開方與商除一理其用倍為法歸除即同以倍康共次

倍有二位如四百六十四作歸除止用一位六十倍其次商呼除然

商除本位開方法歌○商位開方法尤精○不用錢康一隅稱○初商自

一
方

四直

開方



文部科学省

二百步	方	二百步	直	二百六十步
-----	---	-----	---	-------

方直方

今有方田積七萬一千八百二十四步問平方一

面若干

答(法)置田積七萬一千八百二十四步為實於右約

商二百於左二二自呼除實四萬餘實三萬一千

步次約商六十於初商之下即以次商六十與初

商二百呼除二六除一千六百餘實二千二百再約商八十於左二百之下即

以再商八十乘初次商共二千六百二八除積一千六百六八除十步又以

再商呼初次再共二千六百六二八除百步六八除十步八八除四十步

恰盡得方面二百六十八步

解義此如一段田分作五段自乘是方田次商呼初商是二層

層短直四三商併呼初次三商是二層長直四三商呼初次商是三

又商位開平方命法○今有平方積四百九十步問每面若干

積四百九十步於盤右見實百商步二十於左自對呼二二除實四百餘實九十

步次商步於左步二十之下即以步與初商步二十相呼二二除實四百又

以步與二步相呼除實二二除步四十二二除步四共除步八餘步六不盡却

以所商二步倍之又添步共得五步為分母命之曰方面得二十二步

乘四十五分步之六

解義積四百九十步方面二十二步一分三厘五毫不盡因數有確

不故以法命之共云四十五分步之六者因再得四十五步便

可先兩乘一隅并商一步今止六步尚少三十九步
四十五分步之六乃四十五步內僅有六步也

大小

二方

併積

圖

積十步
積十二步
積十八步

方面十二步

小方積百
四十四步

六面十二步

面比小方面多四步問大小方面併積各若干

舊法置大方面多小方面步自乘得六十以減共

積四百餘積二百八折半得一百九為實另置大

方面多小方面為縱方以帶縱開平方方法除之初商十一於左下法亦

置十一於縱方之上共四步皆與上商十一相呼一一除百一四除十共除

十步餘實五十却以下法初商十一倍作十二倍法不倍縱併縱共四步

次商二於左初商十一之次下法亦置步二於右法次位縱上共六步皆與

次商二相呼二二除十二六除二步除實恰盡得小方面一十二步加

此法

七

多四步得大方(面一十六步)各以方面自乘得積大方(二百五十六步)

(小方一百四十四步)

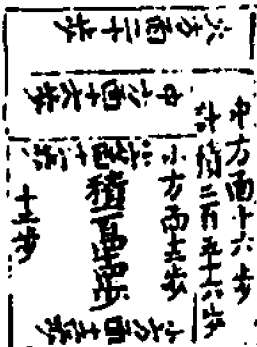
解義大方多小方四步而各多四步如二廉又多一隅以四步自乘或去隅積共存二廉二小方積折半止存一小方一廉如一

大中

小三

方併

積圖



大方面二百步
中方面十六步
小方面四步

今有大中小方田三段相併共積八百步只云大

方面比中方面多四步中方面比小方面多四步

問大中小方面併積各若干

小方面步八自乘得六十又以中方面多小方面步

自乘得六步併二數共八十以減共積八百餘七百二以三歸之得二百

四十為實初商十一自乘得一百以減積實餘實一百四

次商二併初商

共二十自乘得一百四十步內減初商自乘一百餘四十步以減餘實又餘實六步
 却以三因得二百八十步另併大方多小方八步中方多小方四步共二十倍之得
 二百四十步與初商步相呼一二除二一四除四又與次商步相呼二二除四
 二四除八得小方面十二步加多四步得中方面十六步又加多四步得大
 方面二十步各以方面自乘得積（舊法）置大方多小方八步中方多小
 方四步各自乘共步八十減共積步八百餘積步七十步以三歸之得二百四十為
 實另以多步加倍得步八為縱方初商步十即置步八於實右縱方先以左商
 步十自呼除步一百又與右縱步相呼一八除八十餘實步八十次商步二於左
 初商步十之下即以二與初商呼一二除十二又以二與二十呼一二除十二
 二除四又以二與縱步二八除六步除實恰盡得小方面一十二步連

加多步得中方大方面 **增法**置大方多中方面 **四**自乘得 **一十**又置

中方多小方面 **四**自乘得 **一十二**共 **三十三**以減共積步 **八百**餘 **七十六**以

三歸之得 **二百五**用開平方法除之得 **中方面一十六步**加步得 **大方**

面二十步減步得 **小方面一十二步**

解義 於共積內特大方中方隅積盡減除餘積以大方餘中方面外二
廉初商一十自乘以商連初商又自乘則初三自乘之數在內故減
除初商餘積四十四步即次商倍廉法二二乎除四十二步以三
四步一理餘定九十六步又以三因之者先將積七百二十步以三
歸之止餘一小方併二廉初以共商十二除去一百四十四步中
之積又將餘定三因還六廉之本數却以大方廉多小方八步中
廉多小方四步共十二加倍二十四為法者二面多數也即三小
一方二廉一廉多四步六廉共多二十四步也此皆前人婉轉立法
使人思悟其寔不用三因止用本等二廉共多八步與初次相呼即
除寔得此步用八步帶縱法為正也廉比小方多四步自乘減積餘
三廉也至後法以大方多中方面中方面小方各四步自乘減積餘

台中方積者大方除隅積餘二應各長十六步中存一中方中除隅積餘二應各長十二步中亦一小方將大中方長短四應分配二小方各成二中方共得三中方積三帶止存一中方積故開方得中方面十六步

難題船缸均載歌○三百六十一隻缸任君分作幾缸裝不許一缸多一

隻不許一缸少一缸

(舊法)置缸三百六十一隻

為實以開平方方法除之初商

一於左自呼除百餘實

二百六十一

次商九於左初商之次即以九呼初商

十除實九又以呼初商

十除實九

又呼次商九除實一十恰盡得(一十)

(九)缸每缸載缸一十九隻

難題糧船均載歌○今歲都要納秋糧催缸裝載去上倉五萬七千六百

石河中滿濕一缸糧每缸負帶一石去缸仍剩得一石糧秣糧納米已

有數不知原用幾缸裝

(舊法)置米

五萬七千六百石

為實於右用開平方法

九

以次商十四與初商百二相呼除實千八又以十四與初商百二相呼除實千八又以

解義開方此法最爲便復載此二法以見開方之法無事不可推算不止田畝一節

今有直田積八百六十四步只云濶不及

飛積百
方積四
長一十二步問長闊各若干
舊法置積

步步
百步
外以
十八步
十四步
於盤中為實以不及二步五方太

促王步
 步
 為繼方物商步
 於左第一
 修亦置步

加於縱二十之位共三十皆與上商十二相呼除實四百餘實二百二却將

下法初商^{十二}倍之倍法不倍縱共^{五十}次商^二於初商^{十二}次下法亦

置四於法之次位共五十皆與左次商四步相呼除實恰盡得關二十四

步加不及二步得長三十六步

解義傳法不信從者法足取方要而廣俱加故用倍法縱是長多潤
間長潤四因積併差自乘開方得長潤共步以差
步加減得長潤法見直田并勾股下故不沒贅

直田減積開方法○今有直田積一千七百五十步只云潤不及長一十

五步問長潤各若干 **置積**一千七百五十步於盤中為實另置不及五

步於右法位為減積初商十三於左位下法亦置十三於右為方法以乘減

積五步得四百五十以減中實餘實一千三百却以初商十三與下法十三相呼

三三減積九百餘積四百就將下法十三倍作六十為廉法次商五於左十三

之次下法亦置五以乘減積十五得七十五以減中實仍餘積三百二十五却

以下位釐法十六併入次商步五共六十五步皆與上次商步五相呼五六除

實三五五除二十步恰盡得三十五步加不及十五步得長五十步

解義

此與上帶縱之法無異又步數積一轉折耳只用帶縱為便

直田減縱開方法○今有直田積八百六十四步只云長闊六十步問長

闊各若干

舊法置積

八百六十四步

於盤中為實以相和六十步

置下法位為

縱用減縱開方法上商

二十步

於左就將右縱減上商

二十步

餘上

商相呼二四除實

八百步

餘實

六十步

又以上商

二十步

再減餘縱

二十步仍餘

縱

二十步

次商亦再減餘縱

四十步

仍餘縱

六十步

與次商

四十步相呼一四除

步

四步

共除

六十步

除實恰盡得上商

二十步

以減相和

六十步

得長三十步

解義 固未嘗縱多若千無縱可帶故即就相和共處通作飛輪
用成縱法除之但舊圖其理未明今另立圖解于後

約商

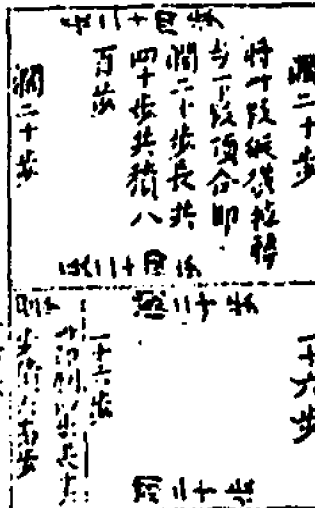
縱橫

相乘

除積

開方

圖



今有直田積八百六十四步只云長闊相

和六十步問長闊各若干

中以上為橫方右法為縱方將相和

步列於法位為縱約界積商

左下法除縱

十相呼除實

亦戒縱

亦除

十四步於右法餘縱

開方圖

二

發明 減 縱 圖

解義 此即明舊法減縱之義首圖是列明初商次商所除積實二圖

初商是特積實以十步約畧之開應二十步長應四十步以開乘長
除定不長即將縱亦減二十步是開六二十步長亦去二十步餘二
十步仍長長開共數又以步約畧餘實六十四步行餘縱二十步以
長開分之以四步乘十六步除實恰足便是長開各二十步外開加
四步得二十四步長加一十六步得三十六步古人立為減法其
理在此或長加開過縮或長共開位數多寡如長九百九十九步
開止九十九步或開九十九步皆一定難易今再圖于後

長九十九步 長二百二十三步
將上萬得相公開減三
十步實長二百四十九步
四千九百四十步
長二百二十三步
長開相和共二百六十七步問長開各
若干

上為橫方右法為縱方將相和二百六十七步列於法位為縱約畧積實商十
步為橫開於左下法除縱步二十餘二百四與左橫步二十相呼二二除四

二四除八二七除四一十共除四十九百餘實八百九即以左橫潤步二十

亦除縱長步二十餘縱十七步仍為長潤共步却約畧餘積將十七步分

別長潤次商橫步即於縱位除四餘縱十二步與次商步相呼四二除

八四二除八四三除二十共除八百九恰盡於左位先商十二次商四得

潤二十四步於右法餘縱二百二加後除縱步二十得長二百四十三步

鮮義長潤共二百六十七步若商橫三十則積不足若商十步則積

步潤三十步長潤潤和六十四步積一千零二十步約積定

角三十共餘縱三十四步除除除即為直潤之數矣

成縱三十步今有直田積八百六十四步長潤共六十步問長潤各

若干(圖)置積八百六為實以相和六十為成縱於

圖
翻積
右先商步三十於左以成縱六十餘縱步三十與上商步三十

相呼合除積九而積實不及乃命翻法除原積八十六步餘負積三十步

實再置上商十三以減餘縱十三訖次商六下法亦置六為隅法與上商六

相呼除實恰盡得長三十十六步以減共長得潤

解義翻積法惟長潤不甚懸絕又長或四十五十無零餘統可以翻

長潤相和自乘以四因積成之餘開方得

圭田斜田勾股田開方法○俱倍積用帶縱或減縱法與直田同

開平圓問徑法○今有圓田積二千三百五十二步問圓徑若干

置田積四因三歸得三千一百為實於中初商五十於左位亦置五十

於右位為方法左右相呼五五除積二千五百餘積六百三却以右位十五

倍作一為廉法次商六於左初商十五之下亦置六於右廉法一百隔位之

（張）

一百皆與上吹商步六相呼一六除積百六六除積三十恰

盡得圓徑五十六步

圖曰由方而自乘三四兩端得積將圖積四
周三端復令方積故開方得方面即圓徑

國法

置圖積以十乘之得二萬八千二百二十四步為實於右初商一於左自呼除實萬

一萬八千二百四十步 次商十於左初商百一之次即以十六呼初商百一六

六千又^以十六呼^{一百六十}一六除實^{六千六}六六除實^{三千六}共除^{一萬五千}

二千六百步再商於左一百之下即以步與初次商一百相呼一

實百八十六除實百八十六又以步八與一百六步相呼一八除實百八十六除

百八十八除實_{六十步}共除_{二千六百二十四步}恰盡得圓周一百六十八步

解義 所圖積以十二乘者周係國徑之三倍即係三個方面因得方
個圓積即九個方積係三個方面自乘之積故所
方得三個方面即三個區徑為圓田外周之數也

開平圓命法 今有圓田積五萬四千步問徑若干 增步置積 四因三

歸得 七萬二 為實初商 百二於左 自呼除積 萬餘積 三萬二 次商 十六於左

二之次即以 十六與 百二相呼 二六除積 二萬 又以 十六與 百二相呼 二六除

積 二萬六六除積 六千共除積 二萬七 餘積 四千四 再商 步八於左 二十

之下即以 八與 百二相呼 二八除積 六千六八除積 八千 又以 步八與 百二

六十相呼 二八除積 六千六八除積 八千八八除積 六千 共除 百二十二

步餘積 十六步 不盡却將三次所商 二百六倍之再加步得 五百三 命

之曰圓徑 二百六十八步零 五百三十七分步之一百七十六

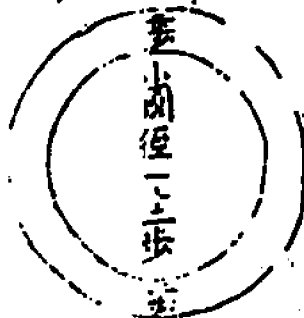
解義 本積開方圓徑應二百六十八步三分二厘八毫不及因終有
 八百二十四步以法命之若問積以二百六十八步自乘得七萬一千
 一百七十六步即合原積

大小

二圖

田問

徑圖



今有大小圓田二段相併共積三百步只云大圖徑

比小圖徑多四步問大小徑併積各若干

共積四因三歸得四步為實大圖徑多小圖徑四步

乘得六步以減積四百餘三百八折半得一百九

實另置大圖徑多小圖徑四步為縱方以帶縱開方法除之得小圖徑一

十二步加多四步得大圖徑一十六步各以徑自乘三因四歸得大圖積

一百九十二步小圖積一百零八步

解義即此前大小二方中所容求

解義即此前大小二方中所容求

方圖

相併

求面

徑圖

方圖五步

方面五步

方面五步

積百四十步

今有方田一段圓田一段共積二百

五十二步只云方面圓徑造等問而

徑各若干舊法置共積以四因之

得一千零併方四圓三共七為法除

之得一百四為實以開平方法除之得方而圓徑各一十二步又

置共積以四因之得一千零為實另併方四圓三共七置於右為陽法

用帶隅開方除之初商十於左以隅七乘得七十與上一十相呼一七除定

七餘實三百零另借方法七得一十為廉法次商二以隅七乘得十四併

入廉法四十共一百五與次商二相呼一二除實二五除實百二四

除實八恰盡得方而圓徑各一十二步

解義

開方四分之二一方積一圓積共計七分四因七掃即掃成

四因積是四因方積四因圓積四因積折三方積共七個方積用七

開立方法認商歌○一千商十定無疑○三萬總為三十餘○九十九萬

不離十○百萬方為一百推

初商定首位數

此言因積之初商自乘再乘之數次商用法不同

商一步

積一步起至七步止皆商一步

商二步

積八步起至二十六步止

商三步

積二十七步起至六十三步止

商四步

積六十四步起至一百二十四步止

商五步

積一百二十五步起至二百一十五步止

商六步

積二百一十六步起至三百四十二步止

商十步

積三百四十三步起至五百一十一步止

商八步

積五百一十二步起至七百二十八步止

商九步

積七百二十九步起至九百九十九步止

商十步

積一千步起至七千九百九十九步止

商二十步

積八千步起至二萬六千九百九十九步止

商三十步

積二萬七千步起至六萬三千九百九十九步止

商四十步

積六萬四千步起至一十二萬四千九百九十九步止

商五十步

積一十二萬五千步起至二十一萬五千九百九十九步止

商六十步

積二十一萬六千步起至三十四萬二千九百九十九步止

商七十步

積三十四萬三千步起至五十一萬一千九百九十九步止

商八十步

積五十一萬二千步起至七十二萬八千九百九十九步止

商九十步

積七十二萬九千步起至九十九萬九千九百九十九步止

商一百步

積一百萬起至七百九十九萬九千九百九十九步止

開立方歌○立方之法要推詳○自乘再乘始初商○三因自乘面方

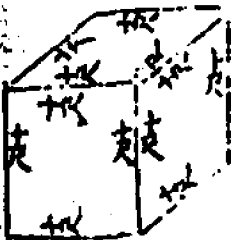
法○三因初商三乘長○次商又乘全應潤○次商自乘隅法當○合

併三法次商乘○積餘再商依次商

立方

商法

一方



此初商成方外次商五
一十八自乘
再乘成一主
方積計一千



此初商成方外次商五
尺三面平方各十尺五
面五尺即三而平應也
一面平乘積五百尺三
面積共一千五百尺

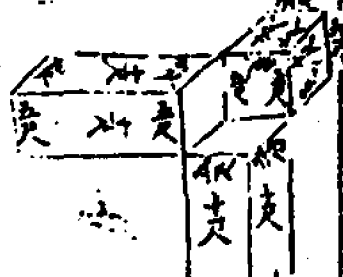
三平

廉長

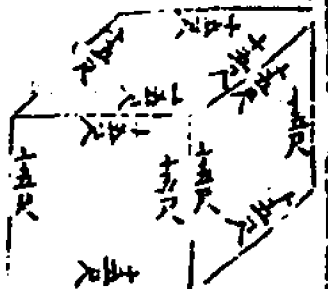
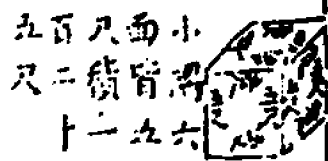
廉一

隅圓

今有主方積三千三百七十五尺問面方若干



此三長廉積
三平方平廉
長十尺五
橫闊皆五尺
每應積二百
五十尺三應
積共七百五
十尺



此上四圓積
合為一六五
百平方一十
五八共積三
千三百七十
五尺為全主

⑤法置積三千三百七十五尺為

實於中約實千尺定十尺初商一於左亦置一於右為下法自乘得百

再以十乘百得一千除實訖餘實二千三百却以三因初商自乘得三百

為面方平應法又以三因初商一得二為應長次商五於左初商一之

次下法亦置五於右即以次商五乘三應長十三得五十一為長應法又以

五自乘得二十五為隅法併平廉三百長廉五十一隅法五十一共四百六十一皆與

次商五相呼四五除二千五七除三百五五除二十共除二千三百除

實恰盡得平面左面皆一十五尺

解義 平方是四而以一而自乘即得四面數五方如體子是六面知
百尺十層十個一百尺共一千尺是平方再乘得一千尺是一層得一
四面積有不尽而後用三而加增故用兩廉倍法左方六面積有不尽
而後用三而加增故用三而加增故用三而加增故用三而加增故用三而加增
故有平廉有長廉平方一而用一廉左方橫豎皆方而用一廉再
乘如平廉用初商自乘是一廉長廉以次商乘之是一廉而用法次商
自乘亦是一廉合三法併以次商乘之是再乘得之不離一廉再乘
義

又立方問面法○今有立方積一百九十五萬三千一百二十五尺問面

方若干 置積一千一百九十五萬三千一百二十五尺為實於中初商一百二十五尺於左下法亦

置一於右自乘再乘得一百二十五萬三千一百二十五尺却以三乘下

法一得百三為方法列位次商十二於左初商百之次下法亦置十二於初商
百之次共一百就以此商十二乘之得二百為廉法再以方法百三乘得
七千除實訖餘實一百二十三萬三千却以此商十二自乘再乘得八為隅法
除實訖餘實一百二十五萬五千另以三乘下法一百得六百又為方法列
位再商五於左初商二十之下共一百二十五尺就以五乘之得六百二又
為廉法再以方法六十乘廉法六十五尺得五千二萬除實訖再以再商
五自乘再乘得一百二十五尺又為隅法除實恰盡得五方而一百二十五尺
鮮義以三因初商為方法乃三面方之長也以此商二十乘初商次
三面方之橫闊也合之共成長一百二十橫闊一百五闊二十之三
廉止少一偶故用次商自乘再乘為隅法除之以完五方其上法通
換其文耳

又開立方捷法歌○捷法可求開立方○不用廉隅費思量○初商再乘
除方積○就約餘積定次商○合併初次自乘訖○又用初乘初次商
○再置初商亦自乘○三數總合次乘良○得數除積知方面○三商
四商依樣詳

今有立方積一百九十五萬三千一百二十五尺問面方若干

積為實初商百一於左就於下法置初商百一自乘再乘得萬一百除實訖餘

實九十五萬三千次商十二於左初商百一之次位就於下法置初次商共

一百一自乘得十一萬四又置初次共商二百一以初商百一乘之得二千又置

初商百一自乘得萬一併三次共十三萬六以次商十二乘之得八十二萬除實

訖仍餘實二十二萬五千再約商五於左一百之下位就於下法置初

次再共商一百二十五尺自乘得一百二十五尺又置初次再共商一百二十五尺以初
 次商一百二十五尺乘之得五萬又置初次商一百二十五尺自乘得一千四百併三數共四萬
 五千零二十五以再商五尺乘之得一百二十五尺除實恰盡得五方面一百二十五

解義 次商法以初商自乘再以次商二十乘之便是直橫皆一百
 商乘初商再商以次商二十乘之便是直長一百二十橫闊一百五

立橫皆一百五闊二十內有一平無一長無以初商自乘再以次商二十乘之便是
 積故併三數總以次商二十乘之可盡積而得方面不盡再用三商

歸除開立方法○今有立方積一億零二百五十萬零三千二百三十二

尺問立方面若干 **答**置積為實約六千四百以上該商四百即初商

又商於左上亦置百於右下法位自乘得六萬為下法與左上四百相呼一

四除^{四萬}四千四六除^{二千四百}共除^{六萬四千}餘實^{三千八百五十萬零}却將
 右^下萬^六尺以三因之得^萬四十八為法歸除之呼四三七十二將餘^萬三千
 改作^七下位^八上添二共十猶不足除呼四歸起一下還四於七上去
 一餘六於下位十再添四呼六八除四十八即於六之下位除四又除
 九存下位添^七二成便將實首位六除去置^六十於左初商^四之次位下
 法另置初商^四百以次商^六十乘之得^{二萬}四以三因之得^{七萬}二為
 長廉法又置次商^六十自乘得^{三十六}為隅法二共^{七萬}五千皆以次
 商^六相呼除之六七除^{四萬}尺五六除^{三十六}六六除^{三萬}餘實^{五百一}
 七千二尺再將方法^{八萬}併入兩個^{七萬}廉法得^萬四十三個^{三千六}
 萬去等一萬零二共六十三萬四為法歸除之呼六五八十
 即將實首

位五添三作八下位添二成三隨呼三八除二十萬呼四八除三萬呼八

八除四千右下之法不用將實首八除去置八於左初次商四百之下

却再將初次商四百以再商八乘之得三千六百以三因之得一萬一

十併入八自乘得四十二共百零四尺皆以再商八相呼除之一八

除萬又一八除八又一八除百八又四八除三十除實恰盡驗左上所商

得三方每面四百六十八尺

辭義以每面四百尺自乘一十六萬又以三因之得四十八萬又即
之共七萬二千尺却三長廉也又次商六十尺自乘得三千六百尺
即一萬七千尺之法又將方法四十八萬併入而個長廉一萬之法七以上
已完次商之法又將方法四十八萬併入而個長廉一萬之法七以上
法即初商三百六十尺之四長廉三商自乘得四萬八千六百尺
一隅共成四百六十尺之四長廉三商自乘得四萬八千六百尺
前法以三商乘初次商得長廉三商自乘得四萬八千六百尺

之法以三次而
兩得主方面也

開立方命法○今有立方積四千一百五十尺問立方每面若干

卷四

置積為實初商十一自乘再乘得尺一千除實訖餘實百五十一却以三同下

法十一得十三為方法列位次商尺於左上初商十一之次共六十一就以尺乘

之得六十九為應法再以方法十三乘應法九十得百二十八除實訖又以次

商尺自乘再乘得二百一十六尺為隅法除實餘實四尺不盡却以所商立方

六尺自乘得三十六尺又以三因得七十八尺另將尺十六以三因之得四十八

再加隅法尺併三數共得八百一十七尺命之曰每方一十六尺零八百一十

七分尺之五十四

立方問銀法○今有銀一萬兩問方若干

卷四 置銀一萬為實以銀率

每寸一... 為法除之得七百一十四寸二又為實以開立方法除之得

每面方八寸九分三厘有零不盡

解義將銀一萬兩以十四兩為法除之有不尽四寸訣七百一十四寸零十四分寸之四細分之計七百一十四寸二分八厘五毫七忽一忽四微不盡開方除之訣每面八寸九分三厘九毫零三忽不盡

帶縱開立方法○今有立方積一千二百九十六尺只云方比高多三尺

問方高各若干 (舊法) 置積一千二百九十六尺為實於中另置方多三尺自乘得

九為縱方再置三倍之得六尺為縱廉約積一千九百尺今有縱方止高九尺置

於左位另以九尺自乘得八十一尺加入縱方九尺共九十尺為方法另以縱方九

以縱廉六尺乘之得五十四尺為廉法二法併共一百三十四尺置於右下與所商九

相呼一九除實九百四十九除實三百四十九除實六十三共除一千二百九十六尺實盡

以所商得高九尺加方多尺得方一丈二尺

解義

以所商九尺自乘得八十一尺平方面也。縱廣六尺每廣三尺

共二廣也。加入縱方九尺小隅方也。縱多三尺隅應三尺。以除原積拾壹者。原積是十二尺。却以所商九尺呼十二尺平方之積。以除原積拾壹者。原積是十二尺。若以一百四十四尺除原積即得高九尺。今以九尺與一百四十四尺合除是除九個一百四十四尺。故先開平方却以高九尺數乘之除積也。

約縱開立方法。○今有立方積二萬九千八百零八尺高比方不及一丈

三尺問高方各若干。舊法置積二萬九千八百零八尺為實約實二萬餘商十三

尺自乘得百九再乘得二千七百七尚有餘積又約商三十尺自乘得一千二百

另置六尺減不及三十一餘三十乘之得二萬九千八百零八尺除實拾盡得高二

十三尺方三十六尺

解義

以三十六尺自乘方面也以二十三乘之以高乘方也約置積

高比方不及十三尺故除方數

以東方積合除積盡為準也

又約縱開立方法○今有立方積一千七百八十七萬五千尺只云高闊

相等長多闊三十六尺問高闊及長各若干 (舊法)置積為實初商約

得二百自乘得四萬再乘得八百又約商二百五自乘得六萬二千再

以二百五乘之得二萬五千尺除積訖餘積二萬二千為實另置所

商二百五自乘得六萬二千以長多六尺乘之得五萬二千除實恰盡

得高與闊各二百五十尺加入長多六尺得長二百八十六尺

此法是先取大平方面却以不及裁去乘之此是先得不及一乘

以商約

先小五

方却將小五方面自乘得小平方面以多三十

開三乘立方法○今有三乘立方積二千零一十五萬一千一百二十一

尺問方面及高各若干

舊法置積

二千零一十五萬一千一百二十一尺

為實於中用

開平方法除之得

四千四百八十九尺

又為實用開平方法除之得

方六十七尺

自乘得高四千四百八十九尺

又法置積為實於中初商十六於左下

法亦置十六於右自乘得

三百六十六再乘得二千一百六十六

為隅法與上商十六相呼

二六除

一千二百六十六

六六除

三十萬共除一千二百餘實七百一十九萬

一千一百

乃以四乘隅法萬六千一得萬四千六為方法另置初商十六自乘

得三千六

又以六因之得六萬一千為上廉又以四乘初商十六得四百

為下廉次商七於左

十六之次下法亦置七自乘得四十九再乘得三百四

為隅法又以次商七乘上廉

二萬一得一千二百七又以七乘下廉四百

得百八十六再乘得七萬一千一百六十併方法萬四千六百上廉一千二百萬下無一千
 七十陽法十三百四共一千一百零二萬七皆與次商尺相呼一七除七百二
 六十除一十七七除九千三百零三除一千三百七除一尺共除七百一十九萬
 七除四萬七除九千三百零三除一千三百七除一尺共除七百一十九萬
 尺一除實恰盡得方而六十七尺

解義三乘之法如方而六十七尺一乘得四千四百八十九尺是
 立方三乘得二千零一十五萬一千一百三十一尺是六面皆六十七尺是
 面皆六十七尺高計四千四百八十九尺物商以六十自乘再乘三
 乘得一千二百九十六萬即六十八個六面皆六十尺小立方高計三
 千六百尺其以一百九十六萬乘得二十一萬六千本是方法乃為高計
 者因高教過長一立方止在一隅故言隅也又四隅隅法為方法即
 六十個小立方面方平廉也五方宜用三平廣今四因隅法為方法即
 無其一即一小立方面方平廉也五方宜用三平廣今四因隅法為方法即
 因一小立方又同作七個六十七尺一乘再乘三乘之小方也又六因三
 千六百即六十個小立方之長廉也長廉亦宜用三廉今六因者其
 三係長廉其三係一個小立方之長廉也長廉亦宜用三廉今六因者其

尺即一立小五方之三平康也後又以三平康一因之再因三長
 長康之立器拂獨再因一平康也又四因六十尺為平康之生調再
 即因作七個小五面之平康也又四因六十尺為平康之生調再
 小生方之長康也長康亦止用三度又四因者共三為一小方之
 長康其一即上六十個小生方之數也後皆以七因再為一四三
 七因三次七因長康二次為長康之生調橫調一次為四因七個小
 方之長康三次七因長康一次為六十個小方內平康長康俱備
 各缺一尺小隅得六十以七因再六十得三以七因即是以七尺
 自乘再乘得一個小五方平康長康止缺七隅其得七尺自乘再
 各隅也下七個小五方平康長康止缺七隅其得七尺自乘再
 乘為隅法即一個小五方平康長康止缺七隅其得七尺自乘再
 七小方也此皆前人規算成數互法高妙然令人思索難到今依
 立方正法條利于後俾覽者易了○前法持積兩度
 開方即得方面者得兩度自乘與三乘同積故也

○法

置積

千一百二十一尺為實初商十六於左亦置十六於右法位自
 乘得三十六為平方再乘得二十一為小五方三乘得九十六為六

乘得三十六

為平方再乘得二十一為小五方三乘得九十六為六
 十個小五方除積九十六萬訖餘積七百一十九萬一尺次商七於左初

十個小五方除積

九十六萬訖餘積七百一十九萬一尺次商七於左初
 積九十六萬訖餘積七百一十九萬一尺次商七於左初

商^{十六}之次下法亦置^七於^{十六}之次却以^{三千六百}為一^五方面以^三因之
 得^{一萬}尺為一小方平廩又以^{六十}為一^方面長以^三因之得^{一百八十}
 為一小方長廩又以^{次商}尺自乘再乘得^{十三萬四千}為一小方隅法却將
 平廩以^{次商}尺因之為平廩立潤得^{六萬五千}又將長廩以^{次商}尺因
 之為長廩橫潤再因^{長廩}立潤得^{二十八萬}併平廩^{七萬五千}長廩^{八萬}
 二隅法^{十三萬四千}共得^{八萬四千七百}却以^{小方}十因之得^{五百零八萬五千}
 除積訖餘積^{三百一十一萬五千}另將^{初次商}共^{六十}自乘得^{四千四百}
 再乘得^{三百六十三尺}以^{次商}尺因之得^{三百四十一尺}除實恰盡得
 方^面六十七尺 又^{置積}為實^{初商}十六於左自乘再乘三乘得^千
 二百九次商^七於左初商^{十六}之次即將^{初次商}共^{六十}自乘得^{四千}
 十六萬次商^七於左初商^{十六}之次即將^{初次商}共^{六十}自乘得^{四千}

又置初商七十以初商六十乘之得二千零
 又置初商六十自乘
 得三十六併三數共一萬二千一百零九尺
 另置初商六十以次商七十乘之得四
 百二十以乘一萬二千一百零九尺得二千七百八十八尺五併加前初商三乘九千六百
 共一千八百零四萬都以前初商六十乘之得萬七千二百六十八尺
 以初商六十歸之得二千零一十五萬一除實恰盡以所商得方面六

(十七尺)

解義前法以初商六十自乘再乘為立方三乘是乘作六十個立方
 廉賜共成金六十個六十七尺方而餘立方尚少七個立方以六十
 十七一乘再乘三乘得一個立方又以七個立方以六十
 七尺三乘之積後法以初商六十自乘又以初商七十乘初商六十以初商
 自乘即兩不用廉賜求立方之法其又以次商七十乘初商六十為法
 乘三數者以七乘是完三數之立間以六十乘是前三數亦止一
 方之廉賜故因作六十個立方之廉賜也然原積是六十七個立方

立圓開方問徑周歌○立圓問徑法何如○十六乘積九歸除○立圓若問圓周數○四十八乘為則度○二數俱用開立方○問徑問周兩不

立圓開方問徑法○今有立圓積六萬二千二百零八尺問立圓徑若干

六萬二千二百零八天以六乘之得三十九萬五千八百三十二天以九歸之得十一萬零六百四十八天

為實以開方方法除之初商_十於左亦置_十於右自乘得

六千除實餘實四萬二千五百另將初商十以三因之得百

十二為方法列位次商八於初商之次亦置尺於下法共八尺就以次商八乘之得三百八十四尺為廉法以方乘廉得四萬六千除實又另置次商八尺

自乘再乘得五百一十二尺為隅法除實恰盡得立圓徑四十八尺

此圓也

解義

平圓不離平方立圓亦不離立方其以十六乘九除得十一

即立圓徑也其以十六乘九除得十一

得七分平圓得平方四分文三圓得三分四隅得一分立圓如圓

四隅得九是立圓數是十六分文九分乃兩次三圓四隅之數備之

一乘再乘之義立方是一乘再乘而得立圓亦本立方一三同四隅

再三同四隅得五方是一乘再乘得立方積一十一萬零五百九十二尺將一十一萬零五百九十二尺一三同四隅再

三同四隅得六萬二千二百零八尺即立圓之積若因徑開積將徑

四十八尺一乘再乘得積用九同十六除得立圓積

立圓開方問周法○今有立圓積六萬二千二百零八尺問立圓周若干

積法置積數以四十八尺乘之得二千九百八十八萬五為實以開平方除之

初商一百於左自乘得萬一再乘得萬一除實訖以商十於左初商百一之

次位就於下法置初次商共一百自乘得一千六百又置初次共商一百
以初商百乘之得四百又置初商百自乘得一千六百併三數共四千三百
商十乘之得四百四十除實訖餘積九百八十四尺再商於左初次
商一百之下亦置尺於下法共一百四十尺自乘得三十六尺又置初次
三商一百四十以初次商一百四十乘之得二萬零一百六十尺又置初次商共一百
尺自乘得一萬九百併三數共六萬零四百以三商四乘之得一千九百
八十除實恰盡得周一百四十四尺

解義周將積以四十八乘之皆一個國周係三個國徑即三個方
乘之高俱三個每一個自乘橫豎皆三個得九個平方再以此三個方
五國得立方十六分之九將二十七以一十六因之得四百三十二
以九端之得四十八是四十八箇立國積合二十七個積故以
四十八乘末國積得二百九十八萬五千九百八十四尺

四十一萬零五百九十二尺五方積也

金毬問徑難題駐馬聽○不比尋常欲造金球內外光要求高徑尺寸今

有金積耀眼睛黃百二十一五分詳立圓高許如等杖折半魯量折半

魯量金實虛積無偏向此言金球積一百二十一置金積一百二十一

五以六乘之得四十九百以九歸之得二百一為實以開立方方法除之

初商六自乘得六十再乘得二百一除實恰盡得徑高六寸

金毬以徑問積難題歌○有個金毬裏面空毬高尺二厚三分一寸自方

十六兩試問金毬多少金（圖）置毬二十寸自乘再乘得二千七百

九因六除得九百七為金毬積另置高二十寸將厚三分得六以減高二十寸

餘得毬內空徑十一寸四分亦用自乘再乘得一千四百八十八亦以九因六

金毬問徑難題駐馬聽○不比尋常欲造金球內外光要求高徑尺寸今

除得寸八兩三分三厘三絲為越內空積以減全金越積餘十一兩三分四厘八絲每方寸
 一變為一百三十八斤零數用斤兩加六法得錢四十分併之得總重一百三
 十八斤十兩零二錢四分